

ЖС10
Б.88

ДАР БРОДНИКОВА А.Ф.

Федеральное агентство
по техническому регулированию и метрологии
НОВОСИБИРСКИЙ ФИЛИАЛ
Федерального государственного
автономного образовательного учреждения
дополнительного профессионального образования
**«АКАДЕМИЯ СТАНДАРТИЗАЦИИ,
МЕТРОЛОГИИ И СЕРТИФИКАЦИИ**
(учебная)»

А.Ф. БРОДНИКОВ, Н.А. ВИХАРЕВА, В.Я. ЧЕРЕПАНОВ

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Учебное пособие

68954
с.ф.

Новосибирск
2016

УДК 006.91(075.9)
ББК 30.10я77



Рецензент: доктор технических наук, профессор Новосибирского филиала АСМС Ю. А. Пальчун

А.Ф.Бродников, Н.А. Вихарева, В.Я. Черепанов.
погрешности измерений: учебное пособие / А.Ф.Бродников, Н.А. Вихарева, В.Я. Черепанов – Новосибирск: Агентство «Сибиринт», 2016.

ISBN 978-5-94301-650-9

Учебное пособие предназначено для самостоятельной подготовки слушателей АСМС к практическим работам. Материал пособия способствует закреплению знаний по таким важнейшим для практики разделам метрологии, как погрешности измерений и их оценка, метрологические характеристики средств измерений и их нормирование, обработка результатов многократных и косвенных измерений.

Пособие адресовано слушателям по дисциплинам метрологической направленности, связанным, прежде всего, с поверкой и калибровкой средств измерений. Оно также может быть полезным слушателем, обучающимся по программам профессиональной переподготовки «Обеспечение единства измерений» и «Специалист по метрологии».

Авторы:

Бродников Александр Федорович – кандидат технических наук, доцент Новосибирского филиала АСМС;

Вихарева Надежда Анатольевна – кандидат технических наук, научный сотрудник ФГУП «СНИИМ»;

Черепанов Виктор Яковлевич – доктор технических наук, профессор Новосибирского филиала АСМС.

УДК 006.91(075.9)
ББК 30.10я77

ISBN 978-5-94301-650-9

© А.Ф.Бродников, Н.А. Вихарева, В.Я. Черепанов
© Новосибирский филиал АСМС, 2016

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ.....	5
2. МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ	10
3. МНОГОКРАТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ.....	14
4. КОСВЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ.....	18
Приложение. ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ СТЬЮДЕНТА.....	22
ЛИТЕРАТУРА	25

Введение

Известно, что метрология – это наука об измерениях, о методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности. Метрология имеет три раздела: теоретическая, законодательная и прикладная. Предметом прикладной метрологии являются *вопросы практического применения разработок* теоретической метрологии и положений законодательной метрологии.

При изучении дисциплины метрологической направленности слушателям важно освоить практические навыки использования разработок теоретической метрологии, прежде всего, в области теории погрешностей. Результаты этих разработок являются основой для оценки показателей точности измерений во всех видах человеческой и, особенно, в метрологической деятельности. К наиболее распространенным и ответственным видам такой деятельности относятся: утверждение типа и проверка средств измерений, разработка методик измерений, метрологическая экспертиза технической документации, метрологический надзор за применением эталонов и средств измерений, а также за соблюдением методик измерений и выполнением метрологических правил и норм.

Порядок применения этих правил и норм регламентируют нормативные документы, основанные на положениях законодательной метрологии. Требования нормативных документов являются обязательными в сферах деятельности, относящихся к государственному регулированию обеспечения единства измерений. К сожалению, большинство учебной литературы и электронных ресурсов метрологической направленности не отвечает современным требованиям законодательной метрологии и содержит, как правило, избыточный по сложности математический аппарат, имеющий в большей степени отношение к теоретической, а не к прикладной метрологии.

Материалы, представленные в пособии, позволяют освоить минимальные сведения по приемам обработки результатов измерений, выявления и оценки значений погрешности результатов и средств измерений.

1. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Основные сведения

Измерение – это совокупность операций, выполняемых с помощью специальных технических средств, с целью определения значения величины. Технические средства, предназначенные для измерений, называют *средствами измерений*. Результатом измерений является количественная оценка величины в виде ее *значения*, которое содержит число и указание на единицу измерения, характеризующую измеряемую величину.

Достоверность *результатов измерений* характеризуют их погрешностью. *Погрешность результата измерений* – это отклонение результата измерений от опорного (действительного или эталонного) значения измеряемой величины. Она складывается из *методической погрешности* (погрешности метода), *инструментальной погрешности* (погрешности средства измерений) и *субъективной погрешности* (погрешности оператора).

Методическая погрешность обусловлена несовершенством метода измерений или упрощениями, допущенными при измерениях. Она возникает, например, из-за использования неправильной методики измерений или приближенных формул при расчете их результатов. Причиной несовершенства методики может являться несоответствие измеряемой величины и ее физической модели. Методическая погрешность может также являться следствием искажающего влияния средства измерений на измеряемую величину. Например, такая погрешность возникает из-за шунтирующего действия вольтметра, при котором значение измеряемого напряжения уменьшается.

Инструментальная погрешность обусловлена несовершенством применяемых средств измерений. *Погрешность средства измерений* – это разность между его показанием и действительным значением измеряемой величины. Причинами ее возникновения являются неточности, допущенные при изготовлении и регулировке приборов, изменение параметров элементов их конструкции, а также вследствие их старения.

Субъективная (личная) погрешность измерений обусловлена недостаточным уровнем квалификации оператора, индивидуальными особенностями его характера (рассеянность, безответственность, неупунктуальность, невнимательность), а также психологическим состоянием оператора и несовершенством его органов чувств.

Необходимо четко различать понятия «погрешность измерений» и «погрешность средства измерений», которая является лишь одной из трех составляющих погрешности результата измерений. Погрешности *результата измерений* и *средства измерений* могут быть близкими по значению только в случае, когда методические и субъективные погрешности пренебрежимо малы по сравнению с погрешностью средства измерений. По мере совершенствования средств измерений (цифровой отсчет, обработка измеренного сигнала и так далее) субъективная погрешность, обусловленная участием оператора в процессе получения результата измерений, может быть сведена к минимуму. В связи с этим особое внимание необходимо уделять двум другим составляющим погрешности: методической и инструментальной.

Помимо этих погрешностей существует еще несколько разновидностей погрешностей измерений и средств измерений.

Абсолютная погрешность – это погрешность, выраженная в единицах измеряемой величины

$$\Delta = x_{\text{изм}} - x_0;$$

где $x_{\text{изм}}$ – измеренное значение величины,

x_0 – опорное (действительное или эталонное) ее значение.

Относительная погрешность – это отношение абсолютной погрешности к действительному значению измеряемой величины или результату измерений

$$\delta = \frac{\Delta}{x_0} \cdot 100 \%;$$

Приведенная погрешность – это отношение абсолютной погрешности к установленному нормирующему значению x_n измеряемой величины

$$\gamma = \frac{\Delta}{x_n} \cdot 100 \%.$$

Для приборов, имеющих шкалу, используют следующие правила установления нормирующего значения:

– если шкала прибора односторонняя и нижний предел измерений равен нулю (например, диапазон измерений от 0 до 100), то значение x_n устанавливают равным верхнему пределу измерений ($x_n = 100$);

– если шкала прибора односторонняя и нижний предел измерений больше нуля (например, диапазон измерений от 30 до 100), то значение x_n устанавливают как разность между максимальным и минимальным значениями диапазона ($x_n = x_{\text{max}} - x_{\text{min}} = 100 - 30 = 70$);

– если шкала прибора двухсторонняя (например, диапазон измерений от -50 до $+50$), то нормирующее значение устанавливают равным диапазону измерений ($x_n = 100$).

Систематическая погрешность – это погрешность, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же физической величины. Систематические погрешности являются в общем случае функцией измеряемой величины и влияющих величин (температуры, влажности, напряжения питания и пр.) и времени.

Одним из способов учета систематической погрешности является внесение поправок к показанию прибора или в результат измерений. *Поправка* численно равна значению систематической погрешности, противоположна ей по знаку и алгебраически суммируется с показанием прибора или с результатом измерений.

Случайной называют погрешность, изменяющуюся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Случайные погрешности являются следствием совместного действия ряда причин, например, шумами электронных схем и наводками на входные цепи средств измерений, пульсацией питающего напряжения, дискретностью отсчетного устройства.

Аддитивной погрешностью называют погрешность, значение которой постоянно во всем диапазоне измерений.

Мультипликативной погрешностью называют погрешность, значения которой прямо пропорциональны значениям измеряемой величины.

Статическая погрешность – это погрешность, которую определяют при постоянном во времени значении измеряемой физической величины.

Динамическая погрешность – это погрешность, которая появляется при измерениях изменяющейся во времени физической величины.

Округление результатов измерений проводят по следующим правилам:

а) результат измерений округляют до того же десятичного знака, которым оканчивается округленное значение абсолютной погрешности.

Пример. Показание цифрового вольтметра – 4,0826 В, его абсолютная погрешность – $\pm 0,001$ В. Требуется представить результат измерений напряжения после округления.

Ответ: $(4,083 \pm 0,001)$ В.

б) если цифра старшего из отбрасываемых разрядов меньше 5, то остальные цифры числа не изменяют. Лишние цифры в целых числах заменяют нулями, а в десятичных дробях отбрасывают.

Пример. Значение частоты составляет 174,637 кГц. При сохранении четырех значащих цифр оно должно быть округлено до 174,6 кГц.

в) если цифра старшего из отбрасываемых разрядов больше или равна 5, то последнюю сохраняемую цифру увеличивают на единицу.

Пример. При сохранении пяти значащих цифр значение 174,637 кГц округляют до 174,64 кГц.

г) если отбрасываемая цифра равна 5, а следующие за ней неизвестны или нули, то последнюю сохраняемую цифру не изменяют, если она четная, и увеличивают на единицу, если она нечетная.

Пример. Значение 174,650 кГц при сохранении четырех значащих цифр округляют до 174,6кГц, а значение 174,750 кГц до 174,8 Гц.

д) округление результатов измерений проводят лишь в окончательном ответе, а все промежуточные вычисления проводят с одним-двумя лишними знаками.

Округление погрешностей результатов измерений проводят по следующим правилам:

а) относительную погрешность измерений обычно указывают двумя значащими цифрами, если первая из них 1 или 2, и одной – если первая цифра 3 или больше. Это правило не относится к погрешностям воспроизведения и передачи единиц измерений;

б) значение погрешности, полученное расчетом или экспериментально, округляют только в сторону увеличения ее значения.

Пример: при установлении мирового рекорда на спринтерской дистанции 100 м использовали электронный секундомер с погрешностью 0,2%. Результат измерений составил $(8,75 \pm 0,01)$ с. Можно ли утверждать, что время 8,70 с является новым мировым рекордом?

Решение:

1) Найдем абсолютную погрешность измерений времени t предполагаемого рекорда:

$$\Delta = t \frac{\delta}{100\%} = \frac{8,70 \text{ с} \cdot 0,2\%}{100\%} = 0,02 \text{ с.}$$

2) Результат измерений представим в виде интервала:

$$(8,70 \pm 0,02) \text{ с.}$$

3) Сравним результат с действующим рекордом:

$$(8,75 \pm 0,01) \text{ с.}$$

4) Значение времени 8,70 с является новым мировым рекордом, так как выполняются неравенства:

$$(8,75 - 0,01) \text{ с} > (8,70 + 0,02) \text{ с}, \\ 8,74 \text{ с} > 8,72 \text{ с.}$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. В чем отличие понятий «истинное» и «действительное» значения измеряемой величины?
2. Что такое методическая погрешность измерений?
3. В чем отличие понятий «погрешность измерений» и «погрешность средства измерений»?
4. Какие существуют виды погрешностей?
5. Что такое систематическая и случайная погрешности?
6. Что такое поправка?
7. Как округляют результаты измерений?

2. МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Основные сведения

Метрологическими характеристиками средства измерений называют характеристики свойств средства измерений, оказывающие влияние на результаты и погрешности измерений. Они предназначены для оценки технического уровня и качества средства измерений, для определения показателей точности результатов измерений и расчетной оценки характеристик инструментальной составляющей погрешности измерений.

Метрологические характеристики средств измерений обеспечивают:

- возможность установления точности измерений;
- достижение взаимозаменяемости и сравнение средств измерений между собой;
- выбор нужных средств измерений по точности, диапазону и другим характеристикам;
- определение погрешностей измерительных систем и установок;
- оценку технического состояния средств измерений при их поверке и калибровке.

На практике наиболее востребованы следующие метрологические характеристики средств измерений:

диапазон измерений – область значений измеряемой величины, для которой нормированы допускаемые пределы погрешности средств измерений.

предел измерений – наибольшее или наименьшее значение диапазона измерений.

шкала измерительного прибора – совокупность точек и делений на отсчетном устройстве средств измерения, соответствующих ряду последовательных значений измеряемой величины. Различают равномерные и неравномерные шкалы.

Цена деления шкалы – разность значений измеряемой величины, соответствующих двум соседним отметкам шкалы. Приборы с равномерной шкалой имеют постоянную цену деления, а с неравномерной – переменную. В этом случае нормируется минимальная цена деления.

Чувствительность – это отношение изменения выходного сигнала ΔY на выходе средства измерений к соответствующему изменению измеряемой величины ΔX . Чувствительность S определяют, как предел отношения

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{dy}{dx}$$

Эта величина является размерной и зависит от единиц, в которых измеряют X и Y . Для линейной зависимости Y от X чувствительность S постоянна. Для нелинейной зависимости чувствительность является переменной величиной, различной для разных значений X .

Часто используют понятие относительной чувствительности

$$S_0 = \frac{\Delta Y}{\Delta X/X}$$

где $\Delta X/X$ – относительное изменение входной величины, выражаемое чаще всего в процентах. Относительная чувствительность S_0 имеет размерность выходной величины на 1 % изменения входной величины.

Чувствительность нельзя отождествлять с *порогом чувствительности (разрешающей способностью)* – наименьшим зна-

чением измеряемой величины, способным вызвать заметное изменение показаний измерительного прибора.

Класс точности средств измерений – обобщенная характеристика средств измерений, определяемая пределами допускаемых основной и дополнительной погрешностей, а также другими свойствами средств измерений, влияющими на их точность. Классы точности устанавливаются в нормативных документах на средства измерений и присваиваются при утверждении их типа.

Классы точности обозначают условными знаками, приведенными в следующих примерах:

1,5 – для средств измерений, приведенная погрешность $\gamma = \Delta/x_n$ которых составляет 1,5 % от нормирующего значения x_n . При этом x_n принимают равным большему из значений (по модулю) пределов измерений, если нулевое значение входного (выходного) сигнала находится на краю или вне диапазона;

$\sqrt{0,5}$ – то же, что и в предыдущем случае, но при значении x_n , равном длине шкалы или ее части;

(1,0) – для средств измерений, у которых относительная погрешность $\delta = \Delta/x_n$ составляет 1,0 % от полученного значения x измеряемой величины;

0,02/0,01 – для средств измерений, у которых значения его показаний не могут отличаться от значения x измеряемой величины, больше, чем на $\pm [c + d \cdot (|x_n/x| - 1)]\%$, где c и d – соответственно числитель и знаменатель в обозначении класса точности; x_n – больший (по модулю) предел измерений.

Пример: показание прибора с равномерной шкалой и с пределами измерений от 0 В до 50 В равно 25 В. Оцените пределы допускаемой абсолютной погрешности этого показания для классов точности:

- а) 0,02/0,01; б) 1,5; в) 1,5

Решение:

1) Найдем абсолютную погрешность для прибора класса точности 0,02/0,01:

$$\delta = \frac{\Delta}{x_{\text{ном}}} \cdot 100 \% \Rightarrow \Delta = \frac{\delta \cdot x_{\text{ном}}}{100 \%},$$

где $\delta = [c + d(x_n/x - 1)] \%$.

Так как $x=25$ В, $x_n=50$ В, $c=0,02$, $d=0,01$ получаем

$$\Delta = \frac{[0,02 + 0,01(50 \text{ В}/25 \text{ В} - 1)] \% \cdot 25 \text{ В}}{100 \%} \approx 0,008 \text{ В}.$$

2) Найдем абсолютную погрешность для прибора класса точности 1,5:

$$\gamma = \frac{\Delta}{x_n} \cdot 100 \% \Rightarrow \Delta = \frac{\gamma \cdot x_n}{100 \%} = \frac{1,5 \% \cdot 50 \text{ В}}{100 \%} = 0,75 \text{ В}.$$

3) Найдем абсолютную погрешность для прибора класса точности (1,0)

$$\delta = \frac{\Delta}{x_{\text{ном}}} \cdot 100 \% \Rightarrow \Delta = \frac{\delta \cdot x_{\text{ном}}}{100 \%} = \frac{1,5 \% \cdot 25 \text{ В}}{100 \%} = 0,38 \text{ В}.$$

Ответ: а) 0,008 В; б) 0,75 В; в) 0,38 В.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Что такое средство измерений?
2. Какие существуют виды средств измерений?
3. Какой нормативный документ определяет метрологические характеристики средств измерений?
4. Что такое метрологические характеристики средств измерений?
5. Какие метрологические характеристики относят к основным?
6. На какие группы делят нормируемые метрологические характеристики?
7. Какие метрологические характеристики предназначены для определения погрешностей средств измерений?
8. Что такое чувствительность и разрешающая способность средств измерений?
9. Что такое относительная чувствительность и порог чувствительности средств измерений?
10. Что такое класс точности средств измерений?
11. Какие существуют способы выражения класса точности?

3. МНОГОКРАТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Основные сведения

Многократные измерения – это измерения физической величины одного и того же значения, результат которых получен из нескольких следующих друг за другом измерений, то есть состоящее из ряда однократных измерений.

Доверительные границы – это наибольшее и наименьшее значения погрешности измерений, ограничивающие интервал, внутри которого с заданной вероятностью находится искомое (истинное) значение погрешности результата измерений.

Доверительные границы в случае нормального закона распределения вычисляются как $\pm tS$, $\pm tS_{\bar{x}}$, где S , $S_{\bar{x}}$ – средние квадратические погрешности, соответственно, единичного и среднего арифметического результатов измерений; t – коэффициент, зависящий от доверительной вероятности P и числа измерений n .

Для определения доверительных границ погрешности результаты измерения доверительную вероятность P обычно принимают равной 0,95.

В тех случаях, когда измерения нельзя воспроизвести, а также в случаях особо ответственных измерений, например, когда от их результатов зависит здоровье и безопасность людей, принимают более высокие значения доверительной вероятности (0,99 и 0,999).

Обработку многократных измерений проводят согласовано в следующем порядке:

– находят среднее арифметическое значение \bar{x} , которое принимают за оценку результата измерений

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

где x_i – измеренные значения, n – число измеренных значений;

– рассчитывают отклонения измеренных значений от среднего арифметического значения

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x};$$

– определяют характеристику рассеяния измеренных значений относительно среднего арифметического – среднюю квадратическую погрешность S единичного измерения в ряду многократных измерений

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n-1}};$$

– проверяют наличие промахов, то есть таких измеренных значений, которые выпадают из полученного ряда значений. К таким значениям относятся значения x_j , для которых выполняется неравенство

$$|\Delta x_j| > 3S.$$

Эти значения исключают из ряда измерений, а значение \bar{x} и S пересчитывают заново для оставшихся значений;

– определяют среднюю квадратическую погрешность \bar{S} среднего арифметического значения (результата измерений)

$$\bar{S} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n-1}};$$

– для оценки надежности полученного таким образом результата измерений вводят коэффициент Стьюдента $t(n, p)$, зависящий от числа n измеренных значений и от уровня P доверительной вероятности, который показывает вероятность того, что полученная оценка результата измерений не превышает границы $\pm t(n, p)S$. В этом случае результат измерений записывают в виде

$$x = \bar{x} \pm t(n, p) \bar{S}.$$

Коэффициент $t(n, p)$ находят по таблице значений функции Стьюдента, приведенной в Приложении, а также в математических справочниках, в литературе по теории вероятности и в соответствующих электронных ресурсах.

Среднее арифметическое значение \bar{x} принимают в качестве оценки результата многократных измерений и характеристик их случайной погрешности, а также используемого средства измерений. Если при сравнении средства измерений с этало-

ном, дающим действительное значение x_0 измеряемой величины, имеется расхождение

$$\Delta x = \bar{x} - x_0$$

то оно обусловлено наличием систематической погрешности.

Суммарную погрешность средства измерений определяют по формуле, которая учитывает влияние систематической и случайной погрешностей

$$\Delta = \Delta x \pm t(n, p) \bar{S}$$

Пример: с помощью оптиметра выполнено 10 последовательных измерений калибра-пробки и получены следующие значения, мм: 29,947; 29,968; 30,076; 30,052; 29,940; 29,962; 29,995; 30,015; 30,055; 30,060. Найдите результат этих измерений и значение доверительный интервал для полученного результата при вероятности 0,99.

Решение:

1) Находим среднее арифметическое значение, которое принимают за оценку результата измерений:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 30,000 \text{ мм.}$$

2) Рассчитываем отклонения измеренных значений $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ от среднего арифметического значения

$$\begin{array}{ll} \Delta x_1 = -0,053 \text{ мм;} & \Delta x_6 = -0,038 \text{ мм;} \\ \Delta x_2 = -0,032 \text{ мм;} & \Delta x_7 = -0,005 \text{ мм;} \\ \Delta x_3 = +0,076 \text{ мм;} & \Delta x_8 = +0,015 \text{ мм;} \\ \Delta x_4 = +0,052 \text{ мм;} & \Delta x_9 = +0,055 \text{ мм;} \\ \Delta x_5 = -0,060 \text{ мм;} & \Delta x_{10} = +0,060 \text{ мм.} \end{array}$$

3) Определяем характеристику рассеяния измеренных значений относительно среднего арифметического – среднюю квадратическую погрешность S единичного измерения в ряду многократных измерений:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,0026924}{9}} = 0,052.$$

4) Проверяем наличие промахов, то есть значения Δx_i , для которых $|\Delta x_i| > 3S$:

$$\begin{array}{ll} \Delta x_1 = |0,053| > 0,156; & \Delta x_6 = |0,038| > 0,156; \\ \Delta x_2 = |0,032| > 0,156; & \Delta x_7 = |0,005| > 0,156; \\ \Delta x_3 = |0,076| > 0,156; & \Delta x_8 = |0,015| > 0,156; \\ \Delta x_4 = |0,052| > 0,156; & \Delta x_9 = |0,055| > 0,156; \\ \Delta x_5 = |0,060| > 0,156; & \Delta x_{10} = |0,060| > 0,156. \end{array}$$

Промачи отсутствуют.

5) Определяем среднюю квадратическую погрешность \bar{S} среднего арифметического значения (результата измерений):

$$\bar{S} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}} = \frac{0,0519}{\sqrt{10}} = 0,016 \text{ мм.}$$

6) По таблице, приведённой в приложении, находим коэффициент Стьюдента $t(n, p)$ для $n = 10$ и $P = 0,99$:

$$t(n, p) = 3,169.$$

7) Округляя полученные значения, запишем результат измерений с указанием доверительного интервала в виде

$$x = \bar{x} \pm t(n, p) \bar{S} \\ x = (30,00 \pm 0,05) \text{ мм.}$$

Следовательно, значение измеряемой величины с вероятностью 0,99 находится в пределах

$$29,95 \text{ мм} \leq x \leq 30,05 \text{ мм.}$$

Ответ: $x = (30,00 \pm 0,05) \text{ мм.}$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Что такое многократные измерения?
2. Как проводят обработку многократных измерений?
3. Какие существуют характеристики случайных погрешностей?
4. Какими способами обнаруживают случайную и систематическую погрешности?
5. Что такое доверительный интервал? Какие существуют способы его задания?
6. Что такое грубые погрешности (промахи) и как их обнаруживают?

4. КОСВЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Основные сведения

Прямые измерения – это измерения, при которых искомое значение физической величины получают непосредственно с помощью отсчета по шкале или индикатору средства измерений, предназначенного для нахождения значений этой величины.

Косвенные измерения – это измерения, результат которых определяют с использованием функциональной зависимости измеряемой величины от других величин, значения которых измерены. Эту зависимость называют уравнением измерений. При косвенных измерениях это уравнение, например, для функции двух аргументов, имеет вид:

$$C = f(A, B)$$

Искомое значение величины C определяют путем вычисления по результатам прямых измерений величин A и B . При этом погрешность измерений величины C зависит не только от погрешностей измерений величин A , B , но и от вида функциональной зависимости. При математической разработке этих вопросов устанавливают приемы, которые дают возможность вычислить погрешность функции, зная погрешности аргументов. Если искомая величина есть функция величин, которые не зависят друг от друга и погрешности измерений которых имеют нормальное распределение и достаточно малы, то для оценки случайной погрешности косвенных измерений можно использовать следующие основные правила.

1) Если $R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$ или $R = R_1 - R_2 - \dots - R_n$, то абсолютная погрешность A_R суммы или разности результатов прямых измерений величин R_i равна корню квадратному из суммы квадратов абсолютных погрешностей этих результатов:

$$\Delta_R = (\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2)^{1/2}$$

Аналогичное правило действует для средних квадратических отклонений, характеризующих случайную погрешность косвенных измерений:

$$\sigma_R = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2)^{1/2}$$

2) Если $R = R_1 \cdot R_2 \cdot \dots \cdot R_n$ или $R = R_1 / R_2 / \dots / R_n$, то относительная погрешность δ_R произведения или деления нескольких измеряемых величин равна корню квадратному из суммы квадратов относительных погрешностей их измерений:

$$\delta_R = (\delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2)^{1/2}$$

В случае косвенных измерений, результаты которых получены с использованием средств измерений с установленными пределами абсолютной Δ или относительной δ допускаемой погрешности, имеющей случайную и систематическую составляющие, пользуются следующими правилами.

1) $C = A \pm B$;

$$\Delta_C = |\Delta_A| + |\Delta_B| = |\delta_A A| + |\delta_B B|$$

$$\delta_C = \frac{(|\delta_A A| + |\delta_B B|)}{|C|} = \frac{(|\Delta_A| + |\Delta_B|)}{|C|}$$

2) $C = AB$; $C = A/B$;

$$\Delta_C = |\Delta_A B| + |\Delta_B A| = (|\delta_A| + |\delta_B|) \cdot |AB|$$

$$\delta_C = |\delta_A| + |\delta_B| = |\Delta_A/A| + |\Delta_B/B|$$

3) $C = (A \pm B)(D \pm E)$; $C = (A \pm B) / (D \pm E)$;

$$\delta_C = \delta_{(A \pm B)} + \delta_{(D \pm E)} = \left[\frac{|\Delta_A| + |\Delta_B|}{|(A \pm B)|} \right] \pm \left[\frac{|\Delta_D| + |\Delta_E|}{|(D \pm E)|} \right]$$

*) знаки в знаменателе соответствуют знакам в уравнении измерений.

Эти правила суммирования дают предельные значения при оценке погрешности косвенных измерений. Они приводят к завышенным, но гарантируемым результатам. Квадратичное суммирование погрешностей, рассмотренное выше, может дать заниженные результаты. Поэтому в этом случае перед квадратным корнем вводят корректирующий коэффициент, равный 1,1 или 1,4 в зависимости от необходимой надёжности получаемой оценки погрешности.

Пример: сопротивление резистора R_x измерили с помощью вольтметра и миллиамперметра. При этом были получены следующие результаты:

$$U = (1,030 \pm 0,050) \text{ В,}$$

$$I = (10,35 \pm 0,25) \text{ мА,}$$

Сопротивление вольтметра $R_v = (10,0 \pm 0,1) \text{ кОм}$. Требуется записать результат косвенных измерений R_x с учетом методической погрешности, вызванной шунтирующим влиянием вольтметра.

Решение:

1) Из-за своего шунтирующего действия вольтметр измеряет падение напряжения U на сопротивлении R двух параллельно соединенных резисторов R_v и R_x . Это падение напряжения равно

$$U = \frac{R_v R_x}{R_v + R_x} I.$$

2) Найдём отсюда уравнение косвенных измерений, учитывая шунтирующее влияние вольтметра

$$R_x = \frac{U R_v}{I R_x - U}.$$

3) Подставим в него известные значения:

$$R_x = \frac{1,03 \cdot 10 \cdot 10^3}{10,35 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^3 - 1,03} = 10,52 \text{ Ом.}$$

4) Найдём значение сопротивления R^* без учета шунтирования

$$R^* = \frac{U}{I} = \frac{1,030}{0,01035} = 99,52 \text{ Ом.}$$

5) Определим значение абсолютной методической погрешности Δ_u

$$\Delta_u = R^* R_x = 99,52 - 100,52 = -1 \text{ Ом.}$$

6) Отсюда найдём относительную погрешность δR_x результата косвенных измерений R_x с учетом методической погрешности, вызванной шунтирующим влиянием вольтметра

$$\delta R_x = \Delta_u / R_x = 1/100,52 = -0,01 = -1\%.$$

Ответ: $\delta R_x = -1\%$.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

- 1) Что такое уравнение измерений?
- 2) Чему равна абсолютная погрешность разности значений двух величин?
- 3) Чему равна относительная погрешность частного от деления значений двух величин?
- 4) Чему равна относительная погрешность значения величины, возведённой в степень?
- 5) Какая оценка погрешности косвенных измерений приводит к большему значению: алгебраическое или квадратичное суммирование погрешностей измерений величин, входящих в уравнение измерений?

Значения коэффициентов Стьюдента

№	Доверительная вероятность Р				
	0,90	0,95	0,98	0,99	0,999
2	6,31	12,71	31,82	63,68	636,62
3	2,92	4,30	6,97	9,93	31,60
4	2,35	3,18	4,54	5,84	12,92
5	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
6	2,02	2,57	3,37	4,06	6,87
7	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
8	1,90	2,37	3,00	3,50	5,41
9	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
10	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
11	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
12	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
13	1,78	2,18	2,68	3,06	4,32
14	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
15	1,76	2,15	2,62	2,98	4,14
16	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
17	1,75	2,12	2,58	2,92	4,02
18	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
19	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
20	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
∞	1,65	1,96	2,33	2,58	3,29

ЛИТЕРАТУРА

1. ФЗ № 102 «Об обеспечении единства измерений» (в ред. Федерального закона от 21.07.2014 N 254-ФЗ).
2. РМГ 29-2013 ГСИ. Метрология. Основные термины и определения (дата введения 2015-01-01). – М., 2014. – 60 с.
3. Кузнецов, В.А. Метрология / В.А. Кузнецов, Л. К. Исасв, И. А. Шайко. – М.: ФГУП «Стандартинформ», 2005. – 300 с.
4. Шабалин, С. А. Прикладная метрология в вопросах и ответах [Текст]: учеб. / С. А. Шабалин. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 200 с.
5. ГОСТ 8.009-84 ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений (периздан 01.2006). – М.: Государственный комитет СССР по стандартам, 1984. – 29 с.
6. ГОСТ 8.401-80 ГСИ. Классы точности средств измерений. Общие требования – (периздан 10.2010). – М.: Изд-во стандартов, 1986. – 12 с.
7. ГОСТ 8.736-2011 ГСИ. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения. – М.: Стандартинформ, 2013. – 24 с.
8. МИ 2083-90 ГСИ. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей. – М.: Изд-во стандартов, 1991. – 20 с.

А. Ф. Бродников
Н. А. Вихарева
В. Я. Черепанов.

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Учебное пособие

Подписано в печать 18.11.2016.

Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Тираж 100 экз.

Уч.-изд. л. 1,2. Усл. печ. л. 1,4. Печать цифровая.

Заказ № 11182016

Отпечатано в типографии ООО Издательство «Сибиринт»

630099, г. Новосибирск, ул. М. Горького, д. 39

по заказу Новосибирского филиала АСМС

Новосибирский филиал АСМС

Новосибирск, ул. Революции, 36